# 1 平面上の点

**例題 3-1 数直線上の内分・外分**

点 $A(-3), B(1), C(7)$ について線分 $AB$ を $5:1$ に内分する点を $P$、$3:2$ に外分する点を $Q$、$2:3$ に外分する点を $R$、線分 $PQ$ の中点を $M$ とする。このとき、以下の値をそれぞれ求めよ。

(1) 線分 $AB$ と線分 $CA$ の長さ　　(2) 点 $P, Q, R, M$ の座標

**練習 3-1**

点 $A(-2), B(6), C(1)$ について線分 $AB$ を $1:2$ に内分する点を $P$、$1:2$ に外分する点を $Q$ とする。このとき、以下の値をそれぞれ求めよ。

(1) 点 $P, Q$ の座標　　(2) 点 $C$ による線分 $PQ$ の外分比

例題 3-2 **座標平面上の内分・外分と重心**

3 点 $A(5,2), B(-1,0), C(8,-3)$ について線分 $AB$ を $2:1$ に内分する点を $P$、$1:2$ に外分する点を $Q$ とし、$\triangle ABC$の重心を $G$ とする。このとき、以下の座標をそれぞれ求めよ。

(1) 線分 $PQ$ の中点 $M$ の座標

(2) 点 $G$ の座標

(3) $\triangle PQR$の重心が点 $G$ と一致するための点 $R$ の座標

練習 3-2

(1) 3 点 $A(1,1), B(4,-10), C(3,7)$ について線分 $AB$ を $3:2$ に内分する点を $P$、$3:2$ に外分する点を $Q$ とし、$\triangle ABC$の重心を $G$ とする。このとき、3 点 $P, Q, G$ の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 2 点 $A(-3,2)$ と $B$ を結ぶ線分 $AB$ を $3:5$ に内分する点 $P$ の座標は $(2,1)$ であるという。このとき、点 $B$ の座標を求めよ。

**例題 3-3　平行四辺形の頂点の座標**

(1)　点 $A(5, 3), B(-1, 1), C(0, -3), D$ を頂点とする平行四辺形 $ABCD$ の頂点 $D$ の座標を求めよ。

(2)　3 点 $A(4, 1), B(2, 2), C(-3, 6)$ を頂点とする平行四辺形の残りの頂点 $D$ の座標を求めよ。

**練習 3-3**

3 点 $A(5, 1), B(2, -5), C(-1, 4), D$ を頂点とする平行四辺形の残りの頂点 $D$ の座標を求めよ。

## 例題 3-4 座標平面上の 2 点間の距離

(1) 2 点 $A(4,-2), B(-1,5)$ の距離を求めよ。

(2) 2 点 $A(3,6), B(-2,-4)$ から等距離にある $x$ 軸上の点 $P$ の座標を求めよ。

(3) 3 点 $A(0,3), B(1,0)C(3,4)$ から等距離にある点 $P$ の座標を求めよ。

**練習 3-4**

(1) 2 点 $A(3,1), B(-2,-5)$ の距離を求めよ。

(2) 2 点 $A(8,-2), B(4,9)$ から等距離にある $y$ 軸上の点 $P$ の座標を求めよ。

(3) 3 点 $A(5,-2), B(-2,5), C(7,2)$ から等距離にある点 $P$ の座標を求めよ。

## 例題 3-5 三角形の形状

(1) 3 点 $A(0,1), B(-3,5), C(4,4)$ を頂点とする $\triangle ABC$は直角二等辺三角形であることを示せ。

(2) 3 点 $A(-1,2), B(1,-2), C(a,b)$ ついて、$\triangle ABC$が正三角形であるとき、$a, b$ の値を求めよ。

**練習 3-5**

(1) 3 点 $A(2,-1), B(6,-4), C(5,3)$ を頂点とする $\triangle ABC$は直角二等辺三角形であることを示せ。

(2) 3 点 $A(4,1), B(0,3), C(a,b)$ について、$\triangle ABC$が正三角形であるとき、$a, b$ の値を求めよ。

## 例題 3-6　座標を利用した証明

(1)　$\triangle ABC$と辺 $BC$ の中点 $M$ において、$AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$ が成り立つことを証明せよ。

(2)　$\triangle ABC$の重心を $G$ とするとき、$AB^2 + BC^2 + CA^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$ が成り立つことを証明せよ。

## 練習 3-6

(1)　長方形 $ABCD$ と平面上の点 $P$ において、$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$が成り立つことを証明せよ。

(2)　$\triangle ABC$において、辺 $BC$ を $1:2$ に内分する点を $D$ とするとき、$2AB^2 + AC^2 = 3AD^2 + 6BD^2$が成り立つことを証明せよ。

## REVIEW 平面上の点

**演習 A**

**3-1** 点 $A(0,0), B(3,5), C(6,1)$ とする。$A, B, C$ の点 $P(a,b)$ に関する対称点をそれぞれ $A', B', C'$ とする。このとき、$\triangle A'B'C'$の重心 $G'$は $\triangle ABC$の重心 $G$ の点 $P$ に関する対称点であることを示せ。

**3-2** 座標平面上の $\triangle ABC$において，線分 $AB$ を $2:1$ に内分する点 $P$ の座標が $(1,5)$、線分 $AC$ を $4:1$ に外分する点 $Q$ の座標が $(3,-3)$、$\triangle ABC$の重心の座標が $(0,2)$ であるとき、点 $A$ の座標を求めよ。

**3-3** 座標平面上の 3 点 $A(-2,5), B(-3,-2), C(3,4)$ がある。

(1) 線分 $AB$ と線分 $BC$ の長さをそれぞれ求めよ。

(2) $\angle ABC$ の二等分線と直線 $AC$ との交点 $P$ の座標を求めよ。